DRUHY HYPOTÉZ

Pro každý test musíme formulovat nulovou a alternativní hypotézu:

Testovaná hypotéza se nazývá **nulová hypotéza (H_0)**. Předpokládáme, že platí, pokud nemáme k dispozici **dostatečný statistický důkaz** její neplatnosti.

Pokud zamítneme platnost nulové hypotézy, předpokládáme, že platí **alternativní hypotéza (H_1)**.

Hypotézy se mohou formulovat jako **oboustranné** nebo jako **jednostranné.**

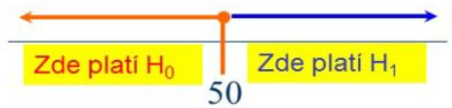
Oboustranná hypotéza:

H_0: $\mu = 50$ H_1: $\mu \neq 50$

Jednostranná hypotéza:

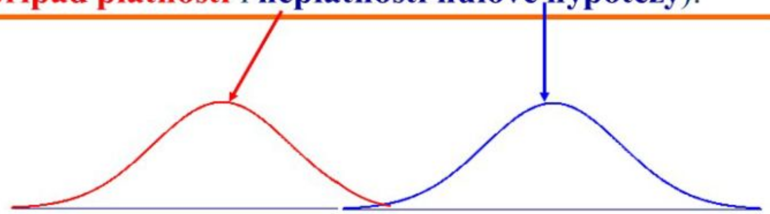
H_0: $\mu \leq 50$ H_1: $\mu > 50$

(H_0: $\mu \geq 50$ H_1: $\mu < 50$)



TESTOVACÍ KRITÉRIUM

Testy statistických hypotéz jsou založeny na testačním kritériu náhodné veličiny, jejíž rozdělení je známo **pro případ platnosti** i **neplatnosti nulové hypotézy**).

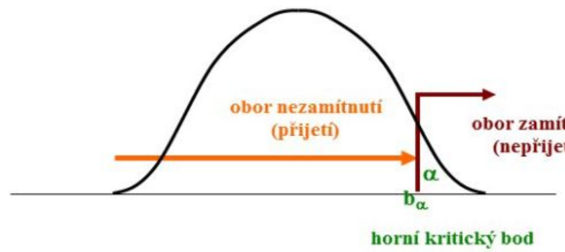


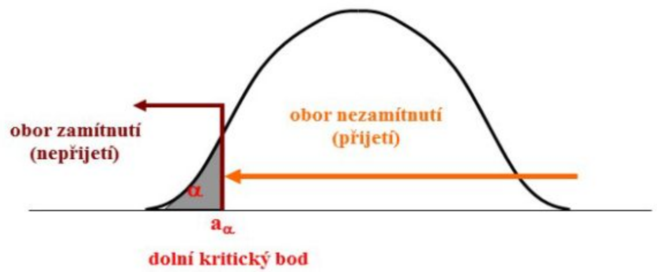
Toto je rozdělení testačního kritéria pro nulovou hypotézu

Toto je rozdělení testačního kritéria pro alternativní hypotézu.

Jde o stejnou náhodnou veličinu jako u nulové hypotézy, jen s jinými parametry.

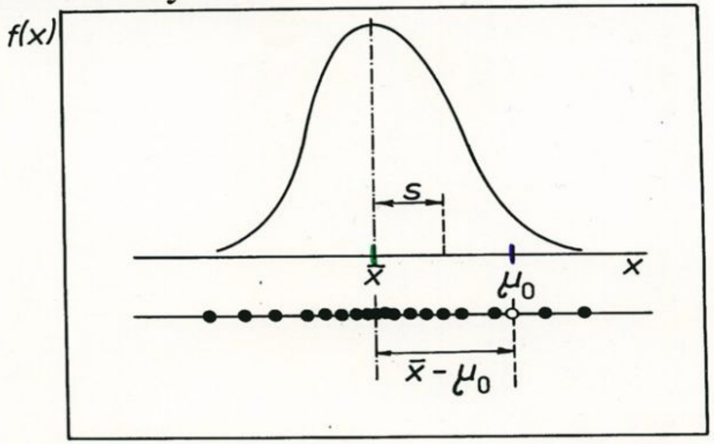
TESTOVACÍ KRITÉRIUM PRO JEDNOSTRANNÝ TEST





Testy o parametrech jednoho souboru

Testy hypotéz o parametrech μ a σ² normálního rozdělení: soubor s N(μ, σ²), výběr rozsahu n a vypočteme průměr $\bar{x}$ a směrodatnou odchylku s.



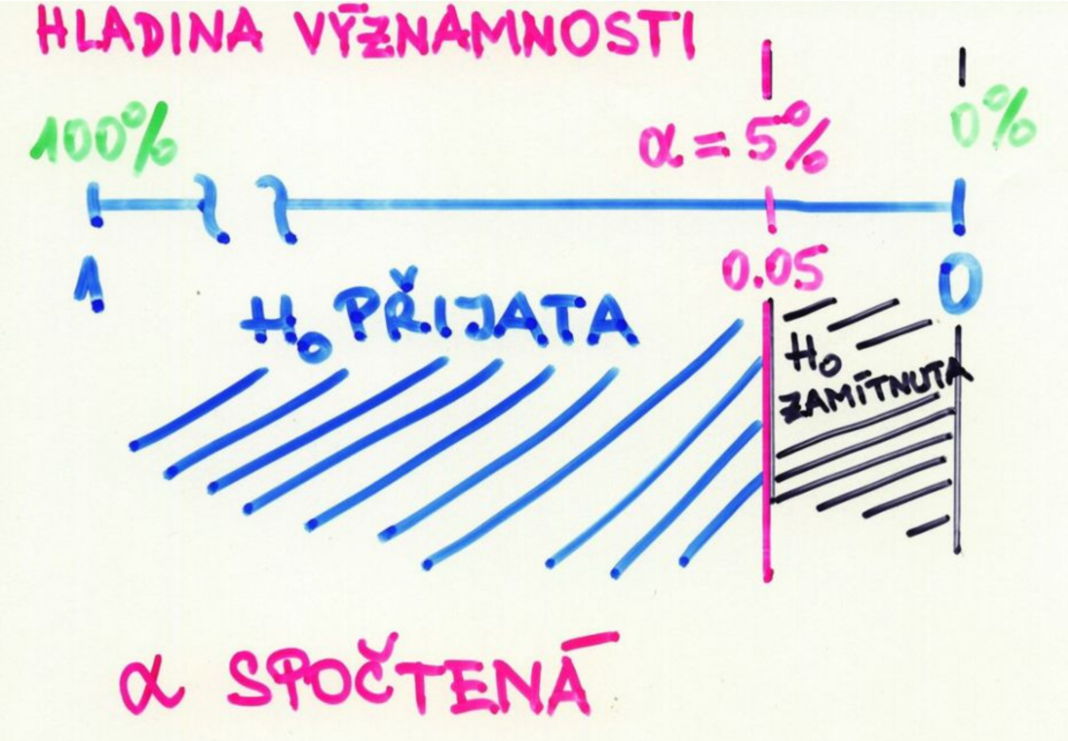
Zadání testu správnosti výsledku

Formulace hypotéz: H_0: $\mu = \mu_0$ ***vs.*** H_A: $\mu \neq \mu_0$

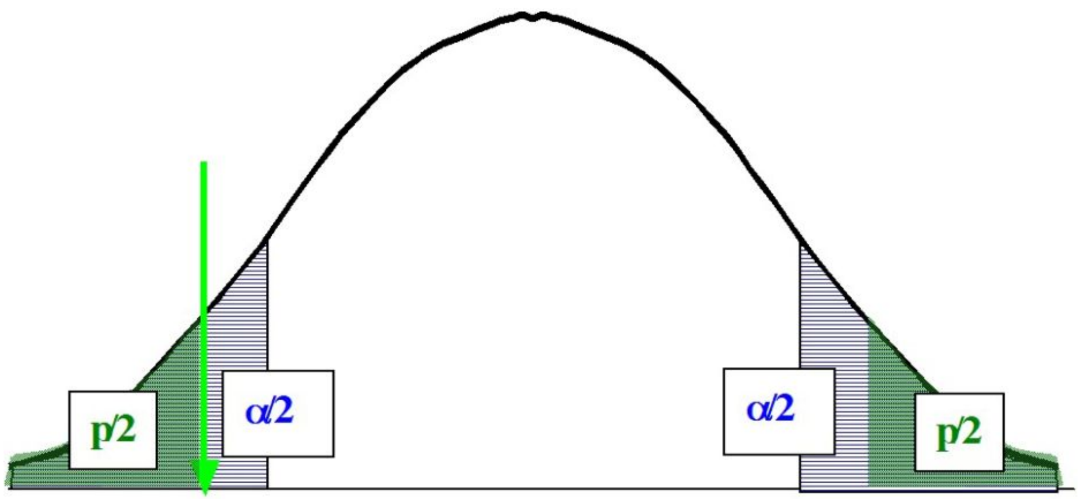
Testová statistika: $t = \dfrac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$

Testování střední hodnoty μ a rozptylu σ²: výběr normálního rozdělení, kde $t_\alpha(n-1)$ je kvantil Studentova a $\chi^2_\alpha(n-1)$ je kvantil χ^2-rozdělení,

Nulová hypotéza H_0	Alternativní hypotéza H_A	Testační charakteristika	Kritický obor
	$\mu > \mu_0$		$t \geq t_{(1-\alpha)}(n-1)$
$\mu = \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$t = (x - \mu_0)\sqrt{n}/s$	$t < t_\alpha(n-1)$
	$\mu \neq \mu_0$		$\|t\| \geq t_{(1-\alpha/2)}(n-1)$
	$\sigma^2 > \sigma^2_0$		$\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(n-1)$
$\sigma^2 = \sigma^2_0$	$\sigma^2 < \sigma^2_0$	$\chi^2 = (n-1)s^2/\sigma^2_0$	$\chi^2 < \chi^2_\alpha(n-1)$
	$\sigma^2 \neq \sigma^2_0$		$\chi^2_{\alpha/2}(n-1) \leq \chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$



***p*-HODNOTA (oboustranný test)**



Postup při testu shodnosti dvou základních souborů:

1. Ověření normálního rozdělení obou souborů: testy a statistické diagnostiky k ověření předpokladů o výběru,

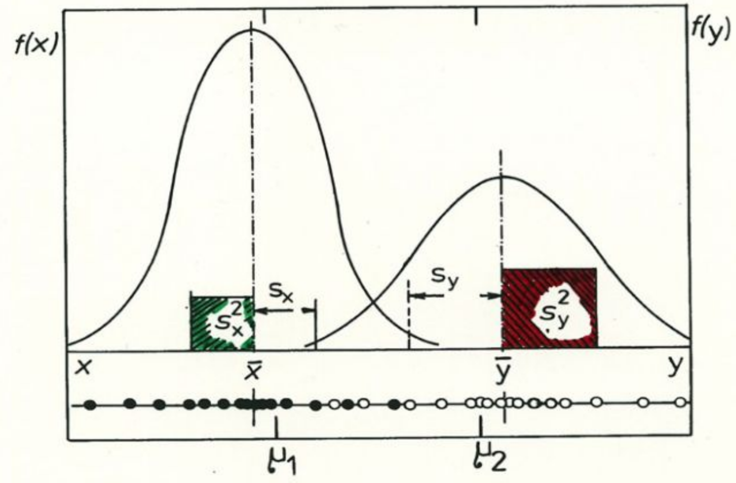
2. Shoda rozptylů:

2.1 Fisher-Snedecorovým F-testem,
2.2 Modifikovaným Fisher-Snedecorovým F-testem,
2.3 Jackknife test F_J

3. Shoda středních hodnot dvou souborů

3.1 Klasický Studentův t-test T_1 pro homoskedasticitu,
3.2 Klasický Studentův t-test T_2 pro heteroskedasticitu,
3.3 Modifikovaný Studentův t-test T_3 pro výběry, odchýlené od normálního rozdělení a lišící se v šikmostech,
3.4 Robustní Jackknife test polohy T_4 pro homoskedasticitu,
3.5 Robustní Jackknife test polohy T_5 pro heteroskedasticitu,

Testy shody rozptylů



Test shodnosti výsledků při nestejných rozptylech

1. Klasický Fisher-Snedecorův F-test:

Formulace hypotéz: H_0: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ *vs.* H_A: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Předpoklad: oba výběry jsou nezávislé a pocházejí z normálního rozdělení.

Testovací kritérium: má tvar

$$F = \max\left(\frac{s_x^2}{s_y^2}, \frac{s_y^2}{s_x^2}\right)$$

Testování: $F > F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$, je H_0 o shodě rozptylů na hladině významnosti α zamítnuta.

(V opačném případě se pořadí stupňů volnosti zamění.)

2. Modifikovaný Fisher-Snedecorův F-test:

Formulace hypotéz: H_0: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ *vs.* H_A: $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Předpoklad: obě rozdělení mají jinou špičatost než odpovídá normálnímu,

Testovací kritérium: má tvar

$$F = \max\left(\frac{s_x^2}{s_y^2}, \frac{s_y^2}{s_x^2}\right)$$

Kvantil $F_{1-\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$: se stupni volnosti ν_1 a ν_2 dle

$$\nu_1 = \frac{n_1 - 1}{1 + \dfrac{\hat{g}_{2c}}{2}}$$

$$\nu_2 = \frac{n_2 - 1}{1 + \dfrac{\hat{g}_{2c}}{2}}$$

kde
$$\hat{g}_{2c} = \frac{2\,(n_1 + n_2)\left[\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^4 + \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^4\right]}{\left[\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{n_2} (y_i - \bar{y})^2\right]^2} - 3$$

Testování: $F > F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)$, je H_0 o shodě rozptylů na hladině významnosti α zamítnuta.

(V opačném případě se pořadí stupňů volnosti zamění.)

Testy shody středních hodnot

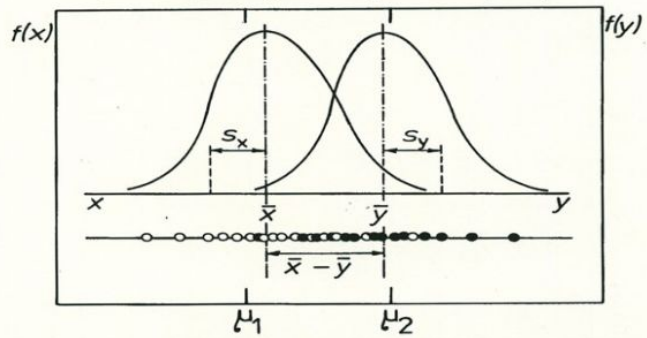
("testy shodnosti")

Klasické testy vycházejí z předpokladů:

a) výběry $\{x_i\}$, $i = 1, ..., n_1$, a $\{y_j\}$, $j = 1, ..., n_2$ jsou vzájemně nezávislé;

b) rozdělení obou výběrů je normální,

$$x_i \sim N(\mu_x, \sigma_x^2) \text{ a } y_j \sim N(\mu_y, \sigma_y^2)$$



Test shodnosti výsledků při stejných rozptylech

Studentův t-test

a) **Formulace hypotéz:** H_0: $\mu_x = \mu_y$ ***vs.*** H_A: $\mu_x \neq \mu_y$,

b) **Testovací kritérium:** má tvar dle následujících podmínek

1. Je-li $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ **(homoskedasticita),** má tvar

$$T_1 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{(n_1 - 1)\, s_x^2 + (n_2 - 1)\, s_y^2}} \sqrt{\frac{n_1\, n_2\, (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

Testování: $T_1 > t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$, je H_0 o shodě středních hodnot na hladině významnosti α zamítnuta.

2. Je-li $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$ **(heteroskedasticita)**, má tvar

$$T_2 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}|}{\sqrt{\dfrac{s_x^2}{n_1} + \dfrac{s_y^2}{n_2}}}$$

která má Studentovo rozdělení s ***"ekvivalentními"*** stupni volnosti ν

$$\nu = \frac{\left(\dfrac{s_x^2}{n_1} + \dfrac{s_y^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{s_x^4}{n_1^2\,(n_1 - 1)} + \dfrac{s_y^4}{n_2^2\,(n_2 - 1)}}$$

Testování: $T_2 > t_{1-\alpha/2}(\nu)$, je H_0 o shodě středních hodnot na hladině významnosti α zamítnuta.

3. Oba výběry se odchylují od normality: má tvar

$$T_3 = \frac{|\bar{x} - \bar{y}| + C + D(\bar{x} - \bar{y})^2}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}}$$

kde

$$C = \frac{1}{6} \frac{\frac{\hat{g}_{1x}}{n_1^2} \frac{s_x^3}{\sqrt{n_1}} - \frac{\hat{g}_{1y}}{n_2^2} \frac{s_y^3}{\sqrt{n_2}}}{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}$$

$$D = \frac{1}{3} \frac{\frac{\hat{g}_{1x}}{n_1^2} \frac{s_x^3}{\sqrt{n_1}} - \frac{\hat{g}_{1y}}{n_2^2} \frac{s_y^3}{\sqrt{n_2}}}{\left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]^2}$$

kde $\hat{g}_{1x}$ a $\hat{g}_{1y}$ jsou výběrové šikmosti.

K užití kvantilů Studentova rozdělení pro hladiny významnosti α, je třeba přeformulovat testovací kritérium T_3 do tvaru

$$T_3 = T_2 + B_x - B_y$$

kde

$$B_x = \frac{\frac{\hat{g}_{1x}\, s_x^3}{6\, n_1^2 \sqrt{n_1} \left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]} + \frac{\hat{g}_{1x}\, s_x^2 (\bar{x} - \bar{y})^2}{3\, n_2^2 \sqrt{n_2} \left[\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}\right]}}{\sqrt{\frac{s_x^2}{n_1} + \frac{s_y^2}{n_2}}}$$

a B_y se vyčíslí analogicky, pouze šikmost $\hat{g}_{1x}$ se nahradí hodnotou $\hat{g}_{1y}$, rozptyl σ_x^2 hodnotou σ_y^2 a rozsah n_1 hodnotou n_2.

Testování: $T_3 > t_{1-\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2)$, je H_0 o shodě středních hodnot na hladině významnosti α zamítnuta.

Test T_3 je robustní vůči sešikmení výběrových rozdělení i vůči heteroskedasticitě $\sigma_x^2 \neq \sigma_y^2$.

Vyřešené příklady odhadů střední hodnoty - - Testy shodnosti

M. Meloun, J. Militký:
Interaktivní statistická analýza dat
Karolinum Praha 2012

Příklad 3.32 ***Rozdíl mezi gravimetrickým a titračním stanovením P_2O_5 v kostní dřeni***

K určení obsahu oxidu fosforečného v kalcinované kostní dřeni byla použita gravimetrická (G) a titrační (T) metoda.

Ze získaných 15 hodnot určete, zda je rozdíl mezi oběma metodami významný.

Data: n = 15

G : 40.24, 40.30, 40.15, 40.20, 40.50, 40.40, 40.12, 40.12, 39.88, 40.23, 40.24, 40.12, 40.17, 40.11, 40.26.

T : 39.90, 40.22, 39.85, 39.93, 39.70, 40.12, 40.20, 39.62, 40.01, 39.77, 39.79, 39.98, 40.26, 39.77, 40.01.

Řešení: 1. Charakteristiky polohy a rozptýlení u G (a v závorce od T):

$$\bar{x} = 39.94\ \%\ (40.203\ \%),\ s^2 = 0.039\ (0.020),$$
$$\hat{g}_1 = 0.146\ (-0.027),\ \hat{g}_2 = -1.05\ (0.90).$$

2. Test shodnosti rozptylů metody G a T: H_0: $\sigma_G^2 = \sigma_T^2$ *vs.* H_A: $\sigma_G^2 \neq \sigma_T^2$.

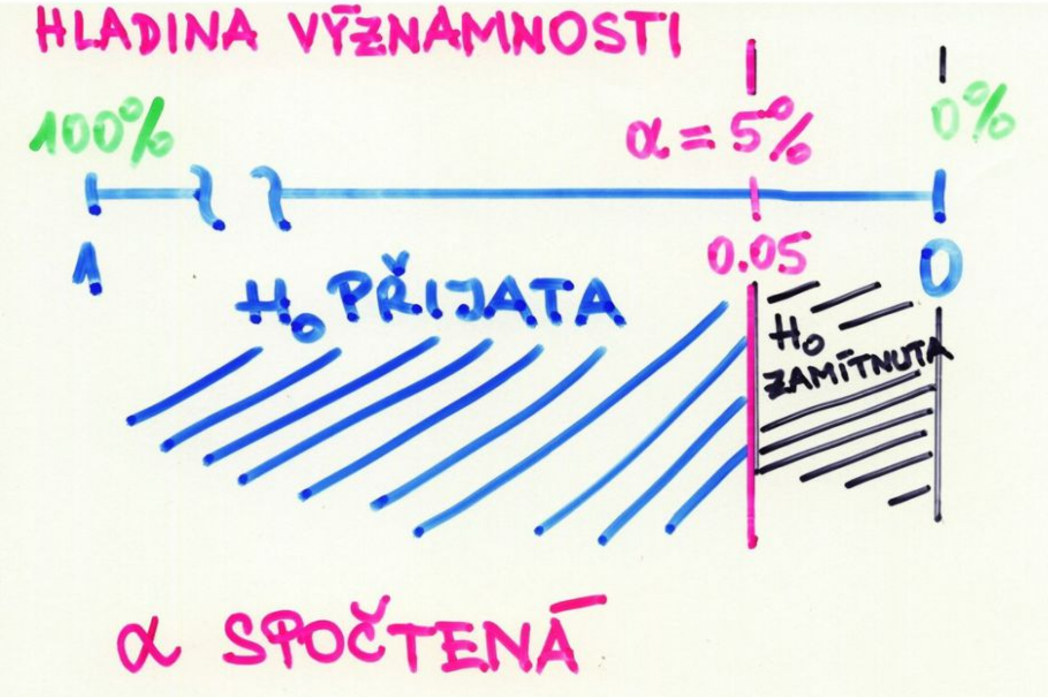
Užitý test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha/2 = 0.025$	Závěr testování H_0
F-test	1.932	2.989	přijato
F-test s korekcí na stupně volnosti	1.932	2.673	přijato
Jackknife test	0.743	4.221	přijato

3. Test shody středních hodnot G a T: H_0: $\mu_G = \mu_T$ *vs.* H_A: $\mu_G \neq \mu_T$.

Užitý test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha/2 = 0.025$	Závěr testování H_0
t-test ($\sigma_G^2 = \sigma_T^2$)	4.164	2.048	zamítnuto
t-test ($\sigma_G^2 \neq \sigma_T^2$)	4.164	2.052	zamítnuto
Modifikace na šikmost, U_3	4.036	2.052	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_G^2 = \sigma_T^2$)	4.295	2.056	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_G^2 \neq \sigma_T^2$)	4.215	2.086	zamítnuto

Závěr:

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ nelze považovat výsledky obou metod za shodné.
2. Předpoklad shodnosti rozptylů zde vede jen k nepatrnému zpřísnění oboustranného testu, protože kvantil pro $\alpha = 0.05$ je poněkud nižší než odpovídající kvantil pro případ $\sigma_G^2 \neq \sigma_T^2$.



Příklad 3.31 ***Test shody dvou analytických metod stanovení jodového čísla***

Na osmi vzorcích sojového oleje bylo stanoveno jodové číslo metodou Hanuše (H) a metodou Wijssovou (W).

Určete, zda obě metody vedou ke stejným výsledkům.

Data: n = 8,

H : 139.90, 139.80, 138.90, 136.40, 139.40, 140.90, 139.20, 139.40.

W : 139.40, 139.90, 140.20, 140.30, 140.60, 140.90, 140.10, 140.30.

Řešení: 1. Míry polohy a rozptýlení pro metodu H (a W v závorce):

$$\bar{x} = 139.24\ (140.21),\ s^2 = 1.677\ (0.201),$$
$$\hat{g}_1 = -1.25\ (-0.31),\ \hat{g}_2 = 1.22\ (-0.21).$$

2. Výrazný rozdíl v rozptylech, ale i v šikmostech, svědčí o přítomnosti vybočujícího pozorování s nízkou hodnotou u dat H.

3. Test shodnosti rozptylů H_0: $\sigma_H^2 = \sigma_W^2$ *vs.* H_A: $\sigma_H^2 \neq \sigma_W^2$.

Užitý test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha/2 = 0.025$	Závěr testování H_0
F-test	8.33	4.995	zamítnuto
F-test s korekcí na stupně volnosti	8.33	39.000	přijato
Jackknife test	2.83	4.857	přijato

4. Test shody středních hodnot H a W: H_0: $\mu_H = \mu_W$ ***vs.*** H_A: $\mu_H \neq \mu_W$.

Užitý test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha/2 = 0.025$	Závěr testování H_0
t-test ($\sigma_H^2 = \sigma_W^2$)	2.012	2.145	přijato
t-test ($\sigma_H^2 \neq \sigma_W^2$)	2.012	2.2281	přijato
Modifikace na šikmost, U_3	2.573	2.2281	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_H^2 = \sigma_W^2$)	3.533	2.179	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_H^2 \neq \sigma_W^2$)	3.394	2.228	zamítnuto

Závěr:

1. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ ukazují oboustranné klasické testy na opačné závěry než robustní.
2. Robustní testy potvrzují, že rozdíly mezi oběma metodami nejsou zanedbatelné, i když jsou rozptyly odlišné nevýznamně.
3. Ke stejným závěrům vedou i modifikace testů na nenulovou šikmost a špičatost.

Příklad 3.29 ***Test shody obsahu listové kyseliny ve dvou vzorcích***

Pro fotometrické stanovení listové kyseliny je možné využít barevné reakce s 1,2 naftochinon-4-sulfonovou kyselinou. Měří se absorbance při 485 nm. Na dvou tabletách s deklarovaným obsahem 5 mg bylo provedeno 10 stanovení obsahu kyseliny listové.

Zjistěte, zda jsou obsahy listové kyseliny v obou tabletách stejné.

Data: n = 10, [mg]

Tableta A: 5.45, 5.15, 7.71, 5.55, 4.75, 5.32, 5.53, 5.09, 5.70, 4.42.

Tableta B: 4.98, 4.84, 4.77, 4.91, 4.84, 4.98, 4.91, 5.21, 4.67, 5.21.

Řešení: 1. Bodové charakteristiky jsou pro tabletu A (v závorce pro B):

$$\bar{x} = 5.467\ (4.932),\quad s^2 = 0.775\ (0.030),$$
$$\hat{g}_1 = 1.665\ (0.432),\quad \hat{g}_2 = 2.51\ (-0.63).$$

V hodnotách pro tabletu A je však indikováno vybočující měření.

2. Nulová hypotéza H_0: $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$ *vs.* $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$: Výsledek testu s korigovanými stupni volnosti je zde ovlivněn tím, že se nepředpokládají vybočující hodnoty, ale sešikmené rozdělení.

Užitý F-test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha/2 = 0.025$	Závěr testování H_0
F-test	25.63	4.026	zamítnuto
F-test s korekcí na stupně volnosti	25.63	647.79	přijato
Jackknife test	6.452	4.560	zamítnuto

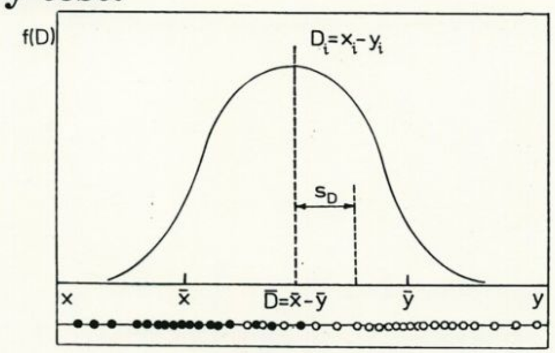
3. Nulová hypotéza H_0: H_0: $\mu_A = \mu_B$ *proti* H_A: $\mu_A \neq \mu_B$: Kromě klasických t-testů vychází u ostatních testů rozdíl středních hodnot obsahu kyseliny listové jako statisticky významný.

Užitý test	Hodnota testovacího kritéria	Kvantil pro $\alpha = 0.05$	Závěr testování H_0
t-test ($\sigma_A^2 = \sigma_B^2$)	1.886	2.100	přijato
t-test ($\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$)	1.886	2.201	přijato
Modifikace na šikmost, U_3	2.557	2.201	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_A^2 = \sigma_B^2$)	2.585	2.120	zamítnuto
Robustní t-test ($\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$)	2.508	2.201	zamítnuto

Závěr:

Ponechají-li se v datech silně odchýlené hodnoty (u tablety A je to 7.71), neposkytují F-test a t-test správné výsledky. Řešením jsou robustní testy, které v takovém případě eliminují vliv silně vychýlených hodnot.

Párový test:



Zadání párového testu

- mezi prvky obou výběrů existuje jistá logická vazba,
- prvky x_i vlastnosti před úpravou a prvky y_i po úpravě materiálu ***těchže*** vzorků ($n_1 = n_2$),
- utvoříme jednorozměrný výběr, $D_i = x_i - y_i$,
- střední hodnota μ_D se významně neliší od nuly, $\mu_x = \mu_y$,

$H_0: \mu_D = 0$ vs. $H_A: \mu_D \neq 0$

$$t_{exp} = \frac{\mu_D - 0}{s_D}\sqrt{n}$$

TESTOVÁNÍ: Je-li $t_{exp} < t_{1-\alpha/2}(n-1)$, je H_0 přijata.

Příklad 3.30 ***Párový test při ověření nové metody stanovení dinitrokresolu***

Při stanovení obsahu dinitrokresolu v postřikovacím přípravku se užívá poměrně pracné polarografické metody (P). Ukázalo se, že rychlejší a levnější je titrační stanovení (T).

Na 8 vzorcích byl proto určen obsah dinitrokresolu oběma metodami.

Určete, zda je možné nahradit polarografickou metodu metodou titrační.

Data: n = 8, [% stanoveného dinitrokresolu]:

P : 18.60, 27.60, 27.50, 25.00, 24.50, 26.80, 29.50, 26.50

T : 18.58, 27.37, 27.70, 24.64, 24.10, 26.33, 29.33, 26.63

Řešení:

1. Vypočteme míry polohy a rozptýlení pro obě metody a pro párové diference $d_i = P_i - T_i$.

2. Všechny tři varianty F-testu ukazují na shodu obou rozptylů při zvolené hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

3. Všechny varianty dvou výběrových t-testů ukazují také na shodu obou průměrů.

4. Testujeme-li však hypotézu párového t-testu H_0: $d = \mu_P - \mu_T = 0$ ***vs.*** H_A: $d \neq 0$, je testovací kritérium $T_P = 2.444 > t_{0.975}(7) = 2.364$ čili ***rozdíl mezi párovými hodnotami je statisticky významný.***

Statistické charakteristiky polohy a rozptýlení

Výběrová charakteristika	Soubor P	Soubor T	Diference $d_i = P_i - T_i$
$\bar{x}$	25.75	25.59	0.165
s^2	10.78	10.79	0.191
$\hat{g}_1$	-1.302	-1.201	-
$\hat{g}_2$	3.985	3.709	-

Závěr:

Variabilita mezi jednotlivými úrovněmi dinitrokresolu zde překrývá variabilitu obou metod stanovení (shoda středních hodnot).

Paralelním opakováním se docílilo eliminace variability mezi vzorky, a tím se také odhalilo, že obě metody poskytují vlastně odlišné výsledky.

Analýza malého výběru

Na vzorové úloze **B3.01** *Střední hodnota haptoglobinu v lidském krevním séru* ukážeme Hornův postup analýzy malých výběrů.

Data: *Koncentrace haptoglobinu [g l⁻¹]: 1.82 3.32 1.07 1.27 0.49 3.79 0.15 1.98*

Řešení: Hornův postup pivotů pro malé výběry (4 < n < 20):

1. Pořádkové statistiky:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
$x_{(i)}$	0.15	0.49	1.07	1.27	1.82	1.98	3.32	3.79

2. Hloubka pivotu: n = **8**, sudé

$$H = int \frac{\frac{m+1}{2} + 1}{2} \qquad int(2.75) \approx 2$$

3. Pivoty: *Dolní pivot* $x_D = x_{(H)}$ $\quad x_{(2)} = 0.49$

Horní pivot $x_H = x_{(n+1-H)}$ $\quad x_{(7)} = 3.32$

4. Pivotová polosuma $P_L = \frac{x_D + x_H}{2} = 1.905$

5. *Pivotové rozpětí* $R_L = x_H - x_D$ $\qquad 3.32 - 0.49 = 2.83$

6. *95%ní interval spolehlivosti střední hodnoty* μ: $\qquad t_{L,\,1-\alpha/2} = 0.564$

$$P_L - R_L\, t_{L,1-\alpha/2}(n) \;\le\; \mu \;\le\; P_L + R_L\, t_{L,1-\alpha/2}(n)$$

$$1.905 - 2.83 \times 0.564 \le \mu \le 1.905 + 2.83 \times 0.564$$

$$0.31 \le \mu \le 3.50$$

7. *Závěr:* Bodový odhad míry polohy je **1.91 g/l**, míry rozptýlení **2.83** a intervalový odhad míry polohy je $\mathbf{0.31\ g/l \le \mu \le 3.50\ g/l}$.

Úloha C3.29 *Test shodnosti argentometrie a merkurimetrie při stanovení chloridů*
Pro stanovení chloridů ve vodě lze použít dvou titračních metod, argentometrické a merkurimetrické. Aplikujte test shodnosti dvou výsledků na hladině významnosti $\alpha = 0.05$. Jsou rozptyly obou rozděleni stejné a pocházeji z Gaussova rozděleni?
Data: Obsah chloridů [mg]: *C329a* argentometrie, *C329b* merkurimetrie
C329a: 75.9 75.9 75.6 75.6 75.7 75.9 75.9 76.1 76.0 75.8 75.8.
C329b: 76.0 76.0 75.9 75.7 75.9 76.1 76.3 75.8 76.0 75.9 76.1.

Párové porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :	0,05	
Porovnávané sloupce :	C329a	C329b
Analýza diference X - Y		
Počet dat :	11	
Průměrná diference :	-0,1363636364	
Interval spolehlivosti:	-0,2612288213	-0,01149845146
Směr. odchylka :	0,1858640755	
Korel. koef. R(x,y) :	0,3191625165	

Test významnosti rozdílu

t-statistika :	0,7336739821
Počet stupňů volnosti:	10
Kritická hodnota :	2,228138852
Závěr :	Rozdíly jsou VÝZNAMNÉ
Pravděpodobnost :	0,01762469372

Validace - Regrese Passing-Bablok

Počet dat:	11	
Počet reg. párů:	55	
Směrnice:	0,5	
Interval spolehlivosti:	0	1
Abs. člen:	38,05	
Interval spolehlivosti:	37,94670649	38,15329351
Výsledek validace:	Nevyhovuje	

Porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :	0,05	
Porovnávané sloupce :	C329a	C329b
Počet dat :	11	11
Průměr :	75,83636364	75,97272727
Směr. odchylka :	0,1566698904	0,161807967
Rozptyl :	0,02454545455	0,02618181818
Korel. koef. R(x,y) :	0,3191625165	
Test shody rozptylů		
Poměr rozptylů :	1,066666667	
Počet stupňů volnosti :	10	10
Kritická hodnota :	2,978237016	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,4603624793	
Robustní test shody rozptylů		
Poměr rozptylů :	1,066666667	
Reduk. stupně volnosti :	5	5
Kritická hodnota :	5,050329058	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,4726327485	
Test shody průměrů pro SHODNÉ rozptyly		
t-statistika :	2,008048322	
Počet stupňů volnosti :	20	
Kritická hodnota :	2,085963447	
Závěr :	Průměry jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,05833708581	
Test shody průměrů pro ROZDÍLNÉ rozptyly		
t-statistika :	2,008048322	
Redukované stupně volnosti :	20	
Kritická hodnota :	2,085963447	
Závěr :	Průměry jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,05833708581	

ADSTAT: Gauss., Fkrit= 3.716, Fexp= 1.067, p= 0.460, H0 přijata, homoskedasticita
ADSTAT: Gauss., Fkrit= 2.086, Fexp= 2.008, p= 0.058, H0 přijata, shodnost

Úloha C3.39 *Test shodnosti obsahu vody v německé a ruské draselné soli*
Porovnejte procentuální obsah vody v německé a ruské draselné soli. Jsou obě rozdělení gaussovská a se stejným rozptylem? Je nutné užít transformaci dat k odhadu střední hodnoty? Test shodnosti proveďte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.
Data: Obsah vody [%]: *C339a* německá sůl, *C339b* ruská sůl,
C339a: 0.20 0.18 0.20 0.20 0.20 0.23 0.26 0.29.
C339b: 0.31 0.39 0.25 0.21 0.24 0.56.

Porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :		0,05	
Porovnávané sloupce :	C339a	C339b	
Počet dat :		8	6
Průměr :		0,22	0,3266666667
Směr. odchylka :		0,03741657387	0,1309452812
Rozptyl :		0,0014	0,01714666667
Test shody rozptylů			
Poměr rozptylů :		12,24761905	
Počet stupňů volnosti :		5	7
Kritická hodnota :		3,971523151	
Závěr :		Rozptyly jsou ROZDÍLNÉ	
Pravděpodobnost :		0,002368898509	
Robustní test shody rozptylů			
Poměr rozptylů :		12,24761905	
Redukované stupně volnosti :	1	2	
Kritická hodnota :		18,51282051	
Závěr :		Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :		0,07283999846	
Test shody průměrů pro SHODNÉ rozptyly			
t-statistika :		2,213596614	
Počet stupňů volnosti :		12	
Kritická hodnota :		2,17881283	
Závěr :		Průměry jsou ROZDÍLNÉ	
Pravděpodobnost :		0,04697595582	
Test shody průměrů pro ROZDÍLNÉ rozptyly			
t-statistika :		1,936905485	
Redukované stupně volnosti :	6		
Kritická hodnota :		2,446911851	
Závěr :		Průměry jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :		0,1008737658	

ADSTAT: neGauss., Fkrit= 39.165, Fexp= 12.248, p= 0.076, H0 přijata, homoskedasticita
ADSTAT: neGauss., Fkrit= 2.365, Fexp= 1.413, p= 0.200, H0 přijata, shodnost

Úloha C3.41 *Test shodnosti titračního a fotometrického stanovení dusíku*
Srovnejte titrační a fotometrickou metodu stanovení obsahu dusíku ve výrobku a určete, zda výsledky získané jednotlivými metodami jsou ekvivalentní. Odpovídá vzorek, změřený metodou titrační, dotyčnému vzorku fotometrickou metodou? Mají oba výběry shodné rozptyly? Test shodnosti proveďte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.
Data: Obsah dusíku N [%]: *C341a* titračně, *C341b* fotometricky.
C341a: 29.77 30.34 30.59 30.47 30.89 30.31 30.27 29.62 30.42 30.51 29.72 30.17 30.48 30.74 29.79 30.73 30.63 30.57 30.24 30.92.
C341b: 29.33 30.12 30.65 30.52 31.10 30.15 30.13 29.37 30.02 30.10 29.80 30.74 30.83 31.17 29.67 30.53 30.18 30.65 29.90 30.48.

Porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :	0,05	
Porovnávané sloupce :	C341a	C341b
Počet dat :	20	20
Průměr :	30,359	30,272
Směr. odchylka :	0,3831984507	0,5162475946
Test shody rozptylů		
Poměr rozptylů :	1,814966416	
Počet stupňů volnosti :	19	19
Kritická hodnota :	2,209388949	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,1100909232	
Robustní test shody rozptylů		
Poměr rozptylů :	1,814966416	
Redukované stupně volnosti :	9	9
Kritická hodnota :	3,178893104	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,1939238419	
Test shody průměrů pro SHODNÉ rozptyly		
t-statistika :	0,6051651318	
Počet stupňů volnosti :	38	
Kritická hodnota :	2,024394164	
Závěr :	Průměry jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,5486665251	
Test shody průměrů pro ROZDÍLNÉ rozptyly		
t-statistika :	0,6051651318	
Redukované stupně volnosti :	35	
Kritická hodnota :	2,030107928	
Závěr :	Průměry jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,5489732887	

ADSTAT: Gauss., Fkrit= 2.527, Fexp= 1.815, p= 0.102, H0 přijata, homoskedasticita
ADSTAT: Gauss., Fkrit= 2.024, Fexp= 0.605, p= 0.549, H0 přijata, shodnost

Úloha E3.21 *Test shodnosti dvou analytických metod stanovení dusičnanů*
K určení obsahu dusičnanů v 10 vzorcích povrchové vody byla použita metoda kapalinové chromatografie (A) a RQ flex (Merck) metoda (B). Ze získaných 10 hodnot určete, zda obě metody vedou ke stejným výsledkům. Pro testování byla zvolena hladina významnosti $\alpha = 0.05$.
Data: Obsah dusičnanů [mg. l^{-1}] v povrchové vodě, *E321a* metoda A, *E321b* metoda B.
E321a: 47.0 47.5 48.0 46.5 46.0 47.0 47.5 47.0 46.0 48.0.
E321b: 53.0 52.0 53.0 54.0 53.0 54.0 54.0 53.0 52.0 53.0.

Porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :	0,05	
Porovnávané sloupce :	**E321a**	**E321b**
Počet dat :	10	10
Průměr :	47,05	53,1
Směr. odchylka :	0,7245688373	0,7378647874

Test shody rozptylů

Poměr rozptylů :	1,037037037	
Počet stupňů volnosti :	9	9
Kritická hodnota :	3,178893104	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,4788426205	

Robustní test shody rozptylů

Poměr rozptylů :	1,037037037	
Redukované stupně volnosti :	6	6
Kritická hodnota :	4,283865714	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,4829583017	

Test shody průměrů pro SHODNÉ rozptyly

t-statistika :	18,50019305
Počet stupňů volnosti :	18
Kritická hodnota :	2,10092204
Závěr :	Průměry jsou ROZDÍLNÉ
Pravděpodobnost :	3,683060156E-013

Test shody průměrů pro ROZDÍLNÉ rozptyly

t-statistika :	18,50019305
Redukované stupně volnosti :	18
Kritická hodnota :	2,10092204
Závěr :	Průměry jsou ROZDÍLNÉ
Pravděpodobnost :	3,683060156E-013

ADSTAT: Gauss., Fkrit= 4.026, Fexp= 1.037, p= 0.479, H0 přijata, homoskedasticita
ADSTAT: Gauss., Fkrit= 2.101, Fexp= 18.500, p= 0.000, H0 zamítnuta, neshodnost

Úloha E3.31 *Test shodnosti obsahu dusičnanů ve vodě dvěma laboratořemi (pár)*
Koncentrace dusičnanů v pitné vodě je sledována dvěma laboratořemi A a B. Bylo provedeno 10 stanovení obsahu dusičnanů ve vodě, pocházející z jednoho zdroje. Odběr vzorků byl proveden jeden den a vychází se z předpokladu, že obsah dusičnanů se v rozvodu nemění. Určete, zda lze považovat stanovení obou laboratoří za shodná.
Data: Obsah dusičnanů [mg $NO_3^{-}.l^{-1}$] ve vodě dvěma laboratořemi *E331a* A a *E331b* B
E331a: 42.0 44.0 46.0 46.0 54.0 52.0 56.0 46.0 40.0 46.0.
E331b: 49.6 58.7 51.1 58.7 56.8 53.9 55.1 56.6 54.5 47.7.

Porovnání dvou výběrů

Hladina významnosti :	0,05	
Porovnávané sloupce :	E331A	E331B
Počet dat :	10	10
Průměr :	47,2	54,27
Směr. odchylka :	5,181162461	3,756194883

Test shody rozptylů

Poměr rozptylů :	1,902646853	
Počet stupňů volnosti :	9	9
Kritická hodnota :	3,178893104	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,175975416	

Robustní test shody rozptylů

Poměr rozptylů :	1,902646853	
Redukované stupně volnosti :	5	5
Kritická hodnota :	5,050329058	
Závěr :	Rozptyly jsou SHODNÉ	
Pravděpodobnost :	0,2486131946	

Test shody průměrů pro SHODNÉ rozptyly

t-statistika :	3,493608186
Počet stupňů volnosti :	18
Kritická hodnota :	2,10092204
Závěr :	Průměry jsou ROZDÍLNÉ
Pravděpodobnost :	0,002593268967

Test shody průměrů pro ROZDÍLNÉ rozptyly

t-statistika :	3,493608186
Redukované stupně volnosti :	16
Kritická hodnota :	2,119905299
Závěr :	Průměry jsou ROZDÍLNÉ
Pravděpodobnost :	0,003003826403

ADSTAT: Gauss., Fkrit= 4.026, Fexp= 1.903, p= 0.176, H0 přijata, homoskedasticita
ADSTAT: Gauss., Fkrit= 2.101, Fexp= 3.494, p= 0.003, H0 zamítnuta, neshodnost